

Решение квадратных неравенств методом интервалов.

Пример 1.

$$x^2 - 5x + 6 > 0$$

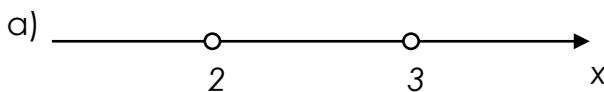
1. Рассмотрим функцию $y = x^2 - 5x + 6$.
2. Найдем нули этой функции, решив уравнение:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1 > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 - 1}{2} = 2; \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

3. Отметим полученные значения на числовой оси:



- б) Получили три промежутка:

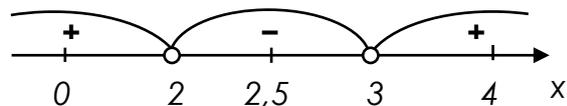


4. Определяем знаки, которые принимает функция $y = x^2 - 5x + 6$ на каждом из этих промежутков:

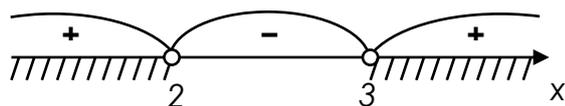
$$y(0) = 0^2 - 5 \cdot 0 + 6 = 6 > 0$$

$$y(2,5) = 2,5^2 - 5 \cdot 2,5 + 6 = -0,25 < 0$$

$$y(4) = 4^2 - 5 \cdot 4 + 6 = 2 > 0$$



5. Выделяем те промежутки, которые удовлетворяют искомому неравенству:



$$x \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$$

6. Записываем ответ: $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Пример 2.

$$x^2 - 36 \leq 0$$

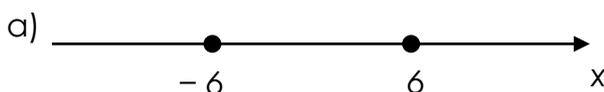
1. Рассмотрим функцию $y = x^2 - 36$.
2. Найдем нули этой функции, решив уравнение:

$$x^2 - 36 = 0$$

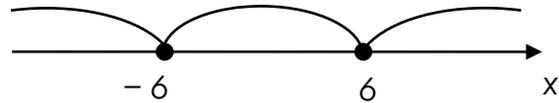
$$(x - 6)(x + 6) = 0$$

$$\begin{cases} x = 6 \\ x = -6 \end{cases}$$

3. Отметим полученные значения на числовой оси:



б) Получили три промежутка:

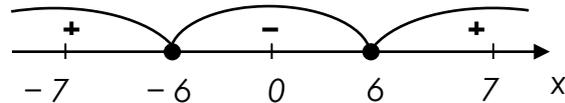


4. Определяем знаки, которые принимает функция $y = x^2 - 36$ на каждом из этих промежутков:

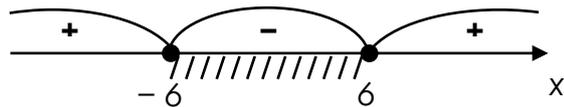
$$y(-7) = (-7)^2 - 36 = 13 > 0$$

$$y(0) = 0^2 - 36 = -36 < 0$$

$$y(7) = 7^2 - 36 = 13 > 0$$



5. Выделяем те промежутки, которые удовлетворяют искомому неравенству:



$$x \in [-6; 6]$$

6. Записываем ответ: $[-6; 6]$.

Пример 3.

$$\boxed{-3x^2 - 6x + 45 < 0}$$

1. Преобразуем неравенство: $-3x^2 - 6x + 45 < 0 \quad | :(-3)$

$$x^2 + 2x - 15 > 0$$

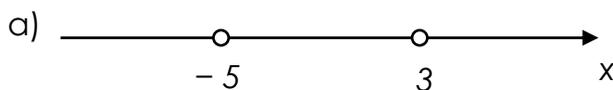
2. Рассмотрим функцию $y = x^2 + 2x - 15$.

3. Найдем нули этой функции, решив уравнение:

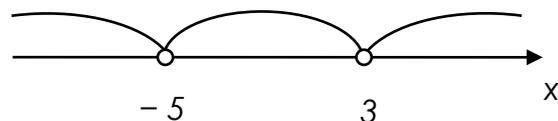
$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x_1 = -5 \quad x_2 = 3$$

4. Отметим полученные значения на числовой оси:



б) Получили три промежутка:

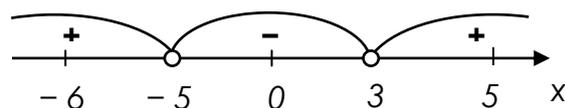


5. Определяем знаки, которые принимает функция $y = x^2 + 2x - 15$ на каждом из этих промежутков:

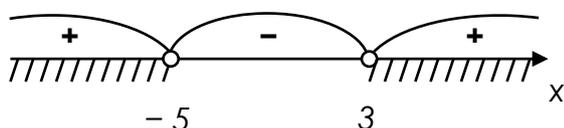
$$y(-6) = (-6)^2 + 2 \cdot (-6) - 15 = 9 > 0$$

$$y(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 15 = -15 < 0$$

$$y(5) = 5^2 + 2 \cdot 5 - 15 = 20 > 0$$



6. Выделяем те промежутки, которые удовлетворяют искомому неравенству:



$$x \in (-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$$

7. Записываем ответ: $(-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$.